

第1章 特徴の抽出とは

■ 1.1 はじめに

観測した波形を分析して、変化を検出するアルゴリズムは超大型のアルゴリズムなので、通常、2段階に分けて実行します。

第1段階は、観測した波形データから特徴となる量を抽出する段階です。これを特徴抽出(feature extraction)あるいは前処理(preprocessing)といいます。前処理のアルゴリズムは、問題ごとに考える必要があります。

第2段階は、抽出した特徴を過去のデータと突き合わせて、変化が起きたかどうかを判断する段階です。これを決定過程(decision making)あるいは後処理(post processing)といいます。後処理は、すべての変化検出問題に適用できる一般的なアルゴリズムです。

この章では、まず、波形データから特徴を抽出する段階の意義を説明します。第2章～第4章において、特徴を抽出する数学的なアルゴリズムを述べます。

第5章以下で、抽出した特徴にしたがって、変化を検出するアルゴリズムを述べます。

■ 1.2 生活のなかで

仮に、朝起きたときに、胸がちくちく痛かったとしましょう。ちょっと様子を見ようかな、などと考えていたところが、痛みはしだいに激しくなって、我慢ができなくなったとします。

皆さんは、おそらく、これはおかしいと思い、近くの病院へ行き専門医の診察を受けると思いま



ず普通健康状態であれば、胸が痛むということは、まずありません。ちょっと痛んだとしても、

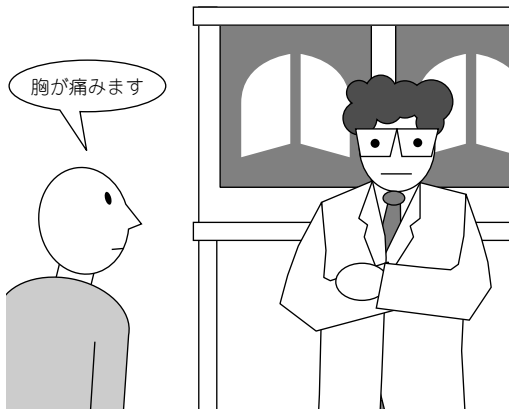


図1-1 胸が痛くて病院へ行く

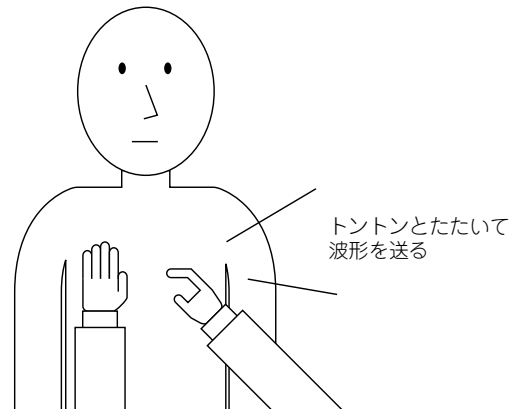


図1-2 医師の打診

しばらくすると、痛みはなくなります。

もし、胸が痛んだとして、その痛みが消えないとすると、この痛みは、

胸部になにか変化が起きた

ことを知らせるシグナルだ、と解釈します。この解釈に従って、病院へ行くという行動が起こります。

ここには、

胸が痛む → おかしいと判断 → 病院へ行く

というパターンがあります。

では、皆さんが、病院へ行ったとします。

医師は、まず、打診をします(図1-2)。

医師は、左手を皆さんの胸に当てて、右手で、とんとんと左手の甲をたたきます。要するに、患者の胸に振動を送り込んで、その音を聞きます。そして反応を見るわけです。

送り込んだ波形と、その結果の波形を手のひらや耳で感じて、それによって患者の体のなかで起こったことを推定しようと試みます。

ここには、

振動を与える → 応答波形を観測 → 異常の検出

というパターンがあります。

列車の車輪をハンマでたたいて、車輪の状態を判断する状況もこれと同じパターンです。

もっと難解な例を挙げれば、脳に光を送り込み、その反射波を観測して脳の表皮の状況を知るとか、医療機器もあります(図1-3)。

見本

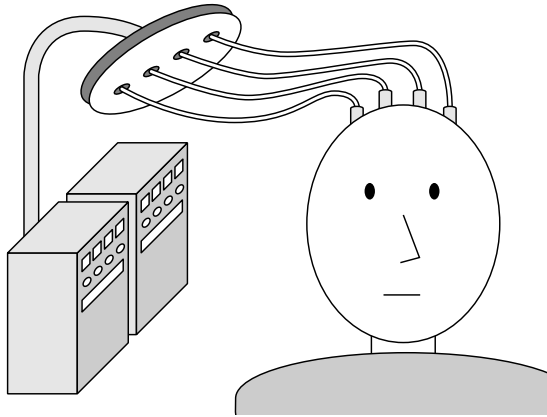


図1-3 光を用いた脳の診断

このような例を挙げていくと、きりがありません。事例は無限に存在します。

要するに、われわれ人間の行動は、このような観測と判断に基づいて行われるものです。そのような判断をしている本人が、意識しているかどうかは別として、われわれは、常に観測と判断の機能を使って行動します。

■ 1.3 コンピュータ処理は可能か

われわれは、五感から得た信号を処理し、その結果に応じて行動します。この点はまちがいありません。

それでは、もう一步踏み込んでみます。

このような人間の判断機能をコンピュータに移植することは可能か、あるいは可能でないかについて考えます。

まず、第1の関門は、

コンピュータにどのようなデータを与えるか？

という問題です。

人間は、目によって外界の状況を捉えます。耳で音を聞きます。手のひらで細かな振動を感じます。これと同等のデータをコンピュータへインプットすることは可能でしょうか。

答えは、当然NOです。当たり前のことです。

人と本、全く同じ機能を持つセンサを作って、それをコンピュータに搭載することはできません。

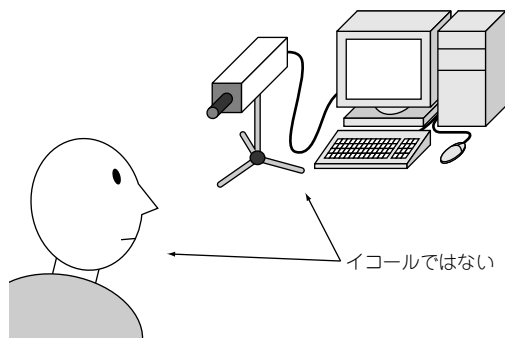


図1-4 人と機械の違い

機械と人間は、センサの段階において、すでにイコールではありません。

例えば、目の場合、ビデオ・カメラを使って、画像をコンピュータにインプットしたとします。コンピュータでその画像情報を処理したとしても、おそらく、コンピュータの処理結果と人間の処理結果は同じではないと思います(図1-4)。

このように人とコンピュータの処理機能が同等でないといっても、悲観することはありません。それは当たり前のことだからです。重要なことは、コンピュータになにができるかを明確にすることです。

■ 1.4 問題の設定

本書において取り扱う問題の範囲を定義します。

本書で取り扱うデータは、図1-5に示した形式のものであるとします。これは、とても大きな制限です。

図1-5のグラフの横軸は時間(単位は秒)です。時間の経過に応じて変化するデータを取り扱う、ここがポイントです。縦軸は、センサからの出力です。これは、通常、電圧(単位はV)、または電流(A)です。

コンピュータに与えるものは、時間とともに変化するセンサの出力電圧です。このデータに基づいて、コンピュータは状況の判断をします。

では、状況の判断とはなんですか？

ここでは、図1-5に示した観測データは、過去から蓄積されていると仮定します。コンピュータに与えられる課題は、現在得られたデータは、過去のデータに比べて、同じか、違うかこの決定をく

ます(図1-6)。
見本
もちろん、同じとはなにか、違うとはなにか、これも定義する必要があります。

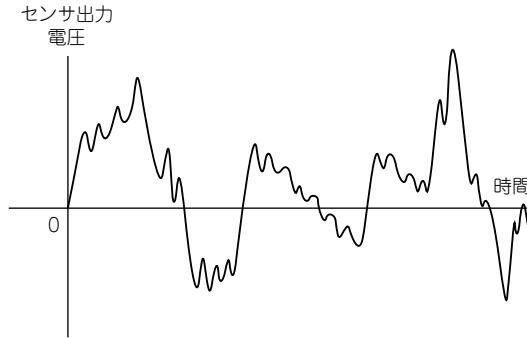


図1-5 観測波形データ

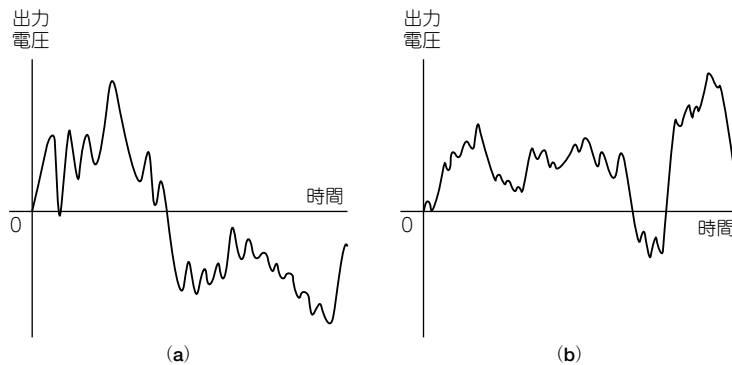


図1-6 同じか違うか

■ 1.5 判断の基準

今、仮に、図1-5のような観測波形が、記録用紙10mにわたって記録されたとします。このデータを与えて、

過去のデータと違うか？ それとも同じか？

といわれても、答えを出すことは困難だと思います。

いったい、なにを基準にして同じというのか、違うというのか、それが問題です。この基準は、おそらくコンピュータが考えることではなくて、人が考えて、その結果をコンピュータに与えるものだと思います。コンピュータに価値観を持たせることはできません(その価値観を数式として与えない限り)。

観測された波形のどこを見るのか、どこを解析すればよいか、これを明確に指示する必要があります。この過程を問題分析、システム・アナリシスなどといいます。問題解決において、もっとも重要なところでは、

見本

1.6 特徴の抽出

観測波形では、波形の特徴 (feature) を見つけ出すことが重要です。

観測波形を処理して特徴を計算する過程を特徴抽出 (feature extraction) といいます。

一つの例を挙げます。

図1-5の波形は、空港の近くにおいて、騒音を観測したデータだったと仮定します。

音のピークの値が問題なので、観測波形の最大値と最小値を見つけて、

$$\text{最大振幅} = \text{最大値} - \text{最小値}$$

という計算をして、この値を特徴量としたとします (図1-7)。

この特徴量を毎日1回測定して、グラフにプロットしたところ図1-8となったとします。

図1-8を見ると、明らかに、空港周辺の騒音は、3年前から、一段と増加したことがわかります。3年前に、一つの大きな変化が起きたのです。

この例でいうと、最大差を計算するところが特徴抽出であり、最大差の時間経過を調べて結論を導くところが、変化の検出に当たります。

この例は、筆者が勝手に作ったものであって、仮想的なものです。このように明解な例は、実際には滅多にありません。

それでは、皆さんが、新幹線の保守を行う職場にいたとします。長いトンネルがあり、この壁面のコンクリートの一部が剥げ落ちる事故が頻繁に発生したとします。新幹線の車両が落下したコンクリートに乗り上げれば、大事故になります。とても危険な状態です。

おそらく、車両の通過に伴う振動と、工事のでき具合が複雑に絡み合っ、事故が発生したり、あるいは発生しなかったりするのです。そこで、トンネル内に振動を検出するセンサを設置して、新幹線の車両が通過するごとに、トンネル壁面の振動を観測しました (図1-9)。

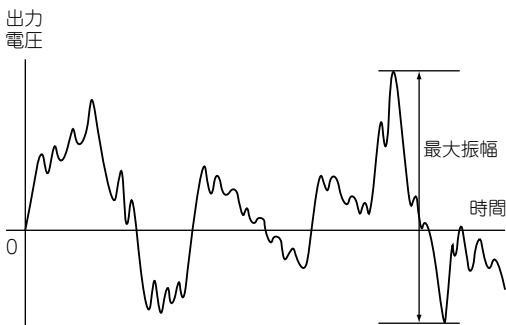


図1-7 波形の最大差

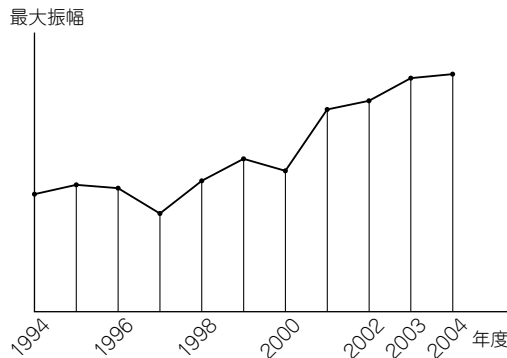


図1-8 特徴量のプロット

見本

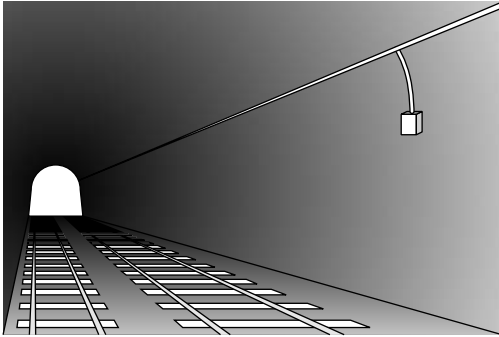


図1-9 トンネルにおける振動の観測



図1-10 ナマズによる予知

図1-5の形式の波形が大量に取れました。

そこで、問題は、

観測した振動波形に基づいて、危険な状態の壁面を決定し、工事の請け負い業者に修復を要求せよ
です。

この問題に正しい解答を与えることは、かなり難しいと思います。

もっと難しい問題もあります。地震予知の問題です。地震を予知する問題においては、どのようなデータを取ればよいか、まず、それがわかりません。

東大の地震学の権威は、自宅の庭に池をつくり、そこに“ナマズ”を放して、その泳ぎ方を観察して地震を予知したところ、かなり高い確率で地震の予知ができたということです(図1-10)。

ところが、この教授の家の付近に地下鉄が走るようになり、ナマズの行動がおかしくなって、予知が狂ったともいわれています。本当かどうかはわかりません。

この世の中には、変化を検出できないものもある、ということです。

■ 1.7 成分に分ける

波形から特徴を抽出する問題において、どの問題にも適用できるという定石はありません。

与えられた問題に応じて、それに適した特徴量を決定し、抽出する必要があります。

しかし、すべての問題において、ゼロから出発しなければならない、手がかりはまったくない、というものでもありません。いくつかの標準的な処理法はあります(参考文献1, 2など)。観測波形から特徴を抽出するに当たって、基本的な考え方は、

見本 波を成分に分ける

という考え方です。

探偵小説において、人が死んだときに、直前に食べた食事を分析して、そこに、例えば、毒物が検出されると、これは他殺だと考える、そういう論理です。

観測波形を処理して、成分に分けるところが、特徴抽出のコツです。では、どういう成分に分けるのでしょうか。

19世紀のはじめに、フランスのフーリエ(Fourier)は、観測波形を正弦波(サイン)と余弦波(コサイン)の成分に分けることを提案しました。これが、フーリエ解析の出発点です。

フーリエ解析は、それからおよそ200年にわたって、「波形解析の女王」の地位を占めてきました。ここ10年、ウェーブレット解析が台頭して、フーリエ解析の地位に接近してきました。でも、フーリエ解析が波形の解析の女王であることは、揺るぎません。

本書では、まず、観測波形から特徴量を抽出するための基本的なアルゴリズムとして、フーリエ解析とウェーブレット解析を紹介します。それらの準備をした後に、変化を検出するアルゴリズムの構築の分野に踏み込んでいくことにします。



第2章 特徴抽出のためのフーリエ変換

■ 2.1 はじめに

観測波形が与えられて、これから特徴を抽出する際に、まず最初に試みることは、与えられた波形を成分に分けることです。たとえていえば、砂を篩(ふる)いにかけて、砂と小石に分けるようなものです。

波形を成分に分ける場合、問題になるのは、波形をどのような成分に分ければよいか、ということところです。篩いの目を細かくすると、荒っぽくするのでは、処理した結果は大きく異なります。

さて、この篩いの目の大きさを決める前に、観測波形の基本成分とはなにか、について熟考する必要があります。

フーリエは、今から約200年前に、波形の基本成分としてサインとコサインを採用することを提案しました。観測波形をサインとコサインに分けるのです。その後、この解析方法はフーリエ解析と呼ばれるようになり、波形解析の基本定石になりました。このフーリエ解析に関しては、すでに、多くの著書が出版されています。ここでは、必要最小限の数学、その意味、計算のアルゴリズム、そしていくつかの計算事例を示すことにします。

■ 2.2 複素数とは

観測波形に対してフーリエ変換を行うと、計算結果は複素数(complex number)として出力されます。複素数がわからないと、フーリエ解析の結果を正しく評価することができません。

では、まず複素数の解説からはじめます。

複素数は、例えば、



$$3+i5 \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

というような形式の数です。ここで、3と5は実数(real number)です。複素数は、あくまでも、一つの数です。これを理解します。

(2.1)式において、先頭の3を実部(real part), i の次にくる5を虚部(imaginary part)といいます。

(2.1)式の i を虚数単位(imaginary unit)といいます。数学的にいうと、

$$i = \sqrt{-1} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

と定義します。

(2.2)式の両辺を2乗すると、

$$i^2 = -1 \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

となります。一般に、数(数とは実数のこと)を2乗すると、正の数になるのですが、虚数単位の i はそうならないので、とても不思議です。こういうところは、文学的に考えてはいけません。文字を解釈しても、なにも得られません。定義として飲み込むことにします。複素数は、2個の独立な数を一つの数として表現するための数学的な手段です。

将棋を知っていますか。棋譜読み上げの人が棋士の指し手を、例えば、

後手、3、4歩

などと言うでしょう。これは将棋盤の3筋3の位置の歩を、3筋4の位置へ移動したことを意味します。この3、4歩というところを複素数で書くと、

$$3+i4$$

となるのです(図2-1)。

複素数は、二つの実数のペアを一つの形式にまとめるものです。

「3、4歩」と「4、3歩」はまるで違う指し手なので、数のペアにおいて、実数を並べる順序は重要なことがわかります。前後を入れ替えることはできません。

複素数は、平面上の点と考えるのがもっとも自然です(図2-2)。

図2-2において、 x 軸上に3、 y 軸上に4をとると、この交点の位置が $3+i4$ となります。 x 軸を実軸(real axis), y 軸を虚軸(imaginary axis)といいます。

複素数の一般形式は a, b, c, d を実数として、

$$u = a + ib \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

$$v = c + id \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

見本 などが書くことができます。

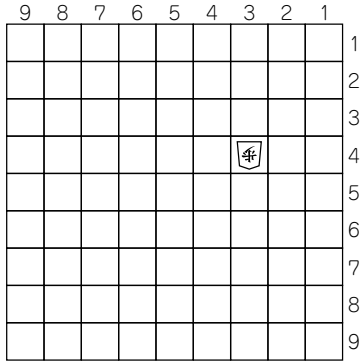


図2-1 将棋盤の位置は複素数

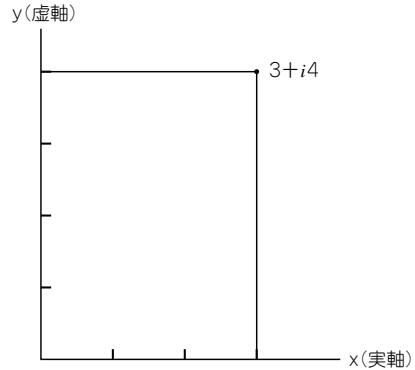


図2-2 平面上の点の座標

二つの複素数の和は、

$$u+v=(a+c)+i(b+d) \dots\dots\dots (2.6)$$

となります。要するに、実部は実部と、虚部は虚部と加算すればよいのです。差も同じです。

$$u-v=(a-c)+i(b-d) \dots\dots\dots (2.7)$$

となります。

掛け算を実行します。

$$uv=ac+i(ad+bc)+i^2bd$$

となりますが、(2.2)式を代入すると、

$$uv=ac-bd+i(ad+bc) \dots\dots\dots (2.8)$$

となります。ここで、

$$u^*=a-ib \dots\dots\dots (2.9)$$

と書き、 u^* を u の共役複素数(complex conjugate)といいます。平面上の位置関係を示すと図2-3のよ
うに、 x 軸に関して折り返した関係になります。

複素数に対してその共役複素数を掛けると、

$$uu^*=a^2+b^2 \dots\dots\dots (2.10)$$

となります。

ピタゴラスの定理から、 uu^* は、座標の原点から u の先端が定める点までの距離の2乗になりま
す(図2-4)。



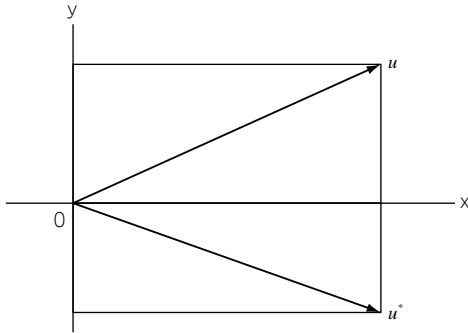


図2-3 共役複素数の位置

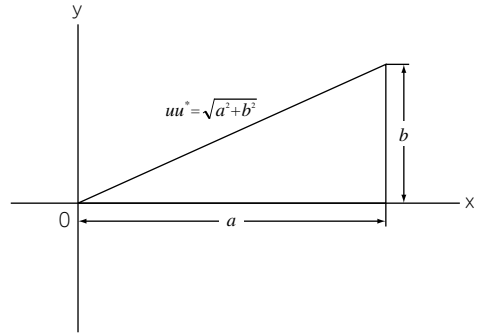


図2-4 ベクトルの長さ

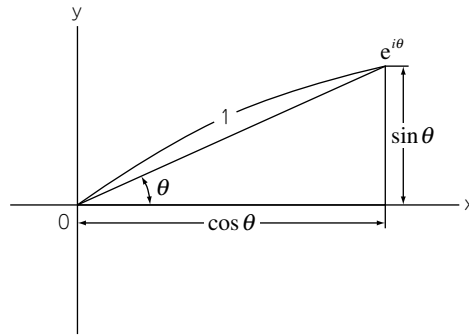


図2-5 単位ベクトルの表現

u をベクトルと見ると、 uu^* はベクトルの長さの2乗の値になります。図2-5に示した単位長さのベクトルを、

$$e^{i\theta} \dots\dots\dots (2.11)$$

と書きます。

ここで、 e を自然対数の基底 (base) といいます。図2-5から明らかなように、この複素数は、

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \dots\dots\dots (2.12)$$

となります。(2.12)式をオイラーの公式 (Euler relationship) といいます。

$e^{i\theta}$ の共役複素数は、

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta \dots\dots\dots (2.13)$$



ベクトル $e^{i\theta}$ の長さの2乗を計算すると、

$$e^{i\theta} e^{-i\theta} = (\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\theta - i\sin\theta) = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

となります。したがって、 $e^{i\theta}$ は単位ベクトル (unit vector) です。

(2.12)式と(2.13)式の両辺を加算して整理すると、

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \dots\dots\dots (2.14)$$

となります。これを引き算して整理すると、

$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \dots\dots\dots (2.15)$$

となります。これらの関係式は、フーリエ変換の計算を行う際に使用するもので、覚えておいてください。

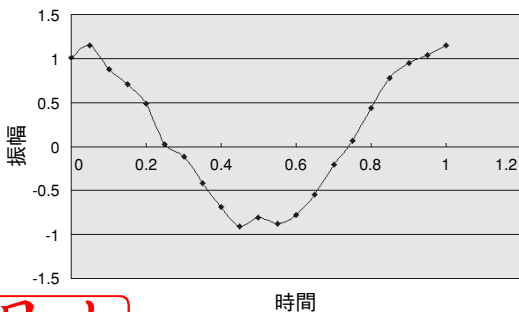
■ 2.3 数値実験

フーリエ解析の理論に入る前に、いくつかの数値計算を行って、理論を理解するための準備を行います。

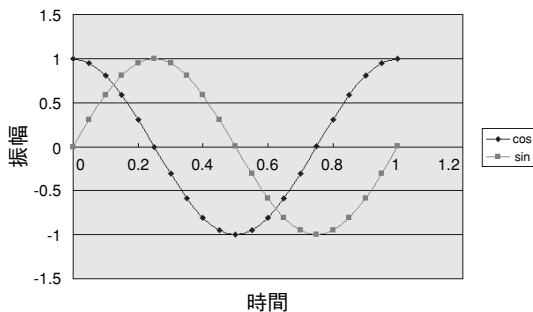
さて、いま仮に、時間0～1秒の間に、21点のデータを採取したとします。このデータをプロットすると、画面2-1となります。

ここで、コサインとサインの二つの基準パターンを用意します。基準パターンをグラフにプロットすると、画面2-2となります。

ここで、観測データと基準パターンの一致の程度を示す指数を計算します。この指数は、以下に



画面2-1 観測データのプロット



画面2-2 サインとコサインの波形

において、マッチ度(matching index)と呼びます。マッチ度というのは、

観測したデータが基準とした波形にどの程度一致しているか

を示す数値です。

基準パターンをコサインとしたときのマッチ度の計算式は、

$$\sigma_{\cos} = \frac{1}{21} \sum_{j=0}^{j=20} x_j \times \cos(2\pi t_j) \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

とします。ここで、21はデータの総数です。また、時刻の刻みは、

$$t_0 = 0$$

$$t_1 = \frac{1}{20}$$

$$t_2 = \frac{2}{20}$$

⋮

$$t_{20} = \frac{20}{20}$$

です。

(2.16)式は、観測波形と基準パターンの対応する点の値を掛けて、その総和を計算したものです。このマッチ度の計算式は、本書のいたるところに出てくるので、覚えておいてください。画面2-1のデータに関して、実際に、数値計算をすると、コサイン波に対するマッチ度は、

$$\sigma_{\cos} = 0.527163$$

となります。

同様に、サインに関するマッチ度を計算します。計算式は、

$$\sigma_{\sin} = \frac{1}{21} \sum_{j=0}^{j=20} x_j \times \sin(2\pi t_j) \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

です。実際に、数値計算をすると、

$$\sigma_{\sin} = -0.00077$$

となります。マッチ度のベクトルを図示すると、図2-6となります。

ほぼ、x軸と一致していることがわかります。実際に、マッチ度のベクトルがx軸となす角度を計



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sigma_{\sin}}{\sigma_{\cos}}\right) = -0.00146 \quad \text{ラジアン}$$

となります。角度に直すと -1.61335° です。

マッチ度ベクトルの長さは、

$$|\nu| = \sqrt{\sigma_{\sin}^2 + \sigma_{\cos}^2} = 0.527163$$

です。

画面2-1と画面2-2を見るとわかるように、観測データは、ほぼ、コサイン曲線と一致するので、このマッチ度は妥当な数といえます。 σ_{\cos} の値は大きく、 σ_{\sin} の値は小さくなりました。

今度は、観測データをサイン波に近いものにします。観測データのプロットを画面2-3に示します。この観測波形に対して、同様に(2.16)式および(2.17)式のマッチ度を計算すると、

$$\sigma_{\cos} = 0.016894$$

$$\sigma_{\sin} = 0.481951$$

となります。マッチ度ベクトルは図2-7となります。

時間の経過とともに、マッチ度ベクトルが反時計方向に回転すると考えると、サイン波はコサイン波から 90° 遅れる波形であるといえます。

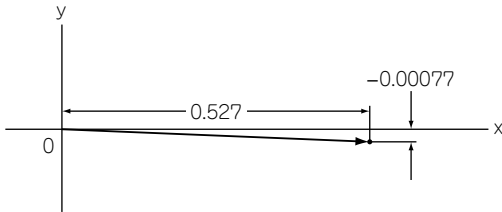
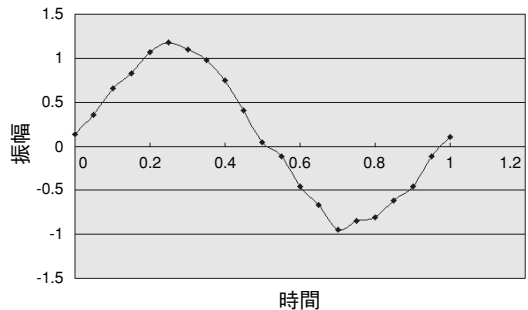


図2-6 マッチ度のベクトル



画面2-3 観測データの波形

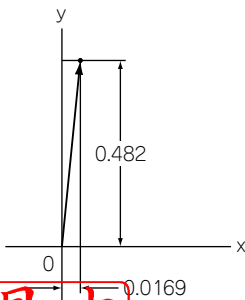


図2-7 マッチ度のベクトル

見本